МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 № 23.4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине

Дифференциальные и интегральные уравнения
название дисциплины

для специальности

04.03.01 Химия
код и название специальности

профиль

Аналитическая химия

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения» решаются следующие задачи:

– контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков предусмотренных в рамках данной дисциплины;

– контроль и оценка степени освоения компетенций предусмотренных в рамках данной дисциплины;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата, обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Код компетенций	**Наименование компетенции**	**Код и наименование индикатора достижения компетенции**
ОПК-3	Способен применять расчетно-теоретические методы для изучения свойств веществ и процессов с их участием с использованием современной вычислительной техники	З-ОПК-1 Знать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-ОПК-1 Уметь использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования В-ОПК-1 Владеть навыками использования основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. **Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 3 семестр			
1.	**Основные понятия теории дифференциальных уравнений.**	ОПК-3	Контрольная работа 1, зачёт
2.	**Уравнения первого порядка.**	ОПК-3	Контрольная работа 1, зачёт
3.	**Уравнения порядка выше первого.**	ОПК-3	Контрольная работа 2, зачёт
4.	**Системы дифференциальных уравнений.**	ОПК-3	Контрольная работа 2, зачёт
5.	**Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.**	ОПК-3	Экзамен
6.	**Устойчивость решений дифференциальных уравнений.**	ОПК-3	Экзамен
7.	**Уравнения с частными производными первого порядка.**	ОПК-3	Экзамен
Промежуточная аттестация, 3 семестр			
	Экзамен	ОПК-3	Экзамен

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий *Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины*	Творческая деятельность	*Включает нижестоящий уровень.* Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый *Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины*	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	*Включает нижестоящий уровень.* Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			70-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый *Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне*	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	**Текущий контроль**	**Промежуточная аттестация**
высокий	**высокий**	**высокий**
	продвинутый	*высокий*
	высокий	*продвинутый*
продвинутый	*пороговый*	*высокий*
	высокий	*пороговый*
	продвинутый	**продвинутый**
	продвинутый	*пороговый*
	пороговый	*продвинутый*
пороговый	**пороговый**	**пороговый**
ниже порогового	**пороговый**	**ниже порогового**
	ниже порогового	**-**

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
  - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
  - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	**Неделя**	**Балл**	
		Минимум	Максимум
Текущая аттестация	**1-16**	**36 - 60% от максимума**	**60**
Контрольная точка № 1	**7-8**	**18 (60% от 30)**	**30**
Контрольная работа №1	8	18	30
ИДЗ №1	8		

Контрольная точка № 2	**15-16**	**18 (60% от 30)**	**30**
Контрольная работа №2	16	17	30
ИДЗ №2	16		
Промежуточная аттестация	**-**	**24 – (60% 40)**	**40**
Зачёт	-	25	40
Билет для зачёта	-	25	40
ИТОГО по дисциплине		**60**	**100**

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков
4.1. Зачёт с оценкой
а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра Высшей математики

Направление подготовки	**04.03.01 Химия**
Образовательная программа	**«Аналитическая химия»**
Дисциплина	Дифференциальные и интегральные уравнения

БИЛЕТ № 1
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
2. Вычислить интеграл $\int_D xydxdy$ по области D, ограниченной кривыми $y = x,\ y = 0,\ x + y = 2$.
3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)
$\vec{a} = (x^2 + xy)\vec{\imath} + (y^2 + yz)\vec{\jmath} + (z^2 + xz)\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2\ (z \geq 0). \end{cases}$
4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (xy - x)dx + \frac{x^2}{2}\,dy$, где L — ломаная OABO, $O(0;0)$; $A(1;2)$; $B(0{,}5;3)$ обходится в положительном направлении.

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 2
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1 + 2x^2)\,dxdydz$ по области D,
ограниченной поверхностями $y = 9x, y = 0, x = 1$, $z = \sqrt{xy}$ и $z = 0$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть плоскости P, расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz). $\vec{a} = 3x\bar{i} + 27(y+1)\bar{j} + z\,\vec{k}$, $P\colon 3x + \frac{y}{3} + z = 1$

4. Вычислить интеграл: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt[4]{tg2x}\ dx$

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 3
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Эйлеровы интегралы: гамма-функция и ее свойства. Примеры..

2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + 2x = 0, z = \frac{25}{4} - y^2, z = 0.$$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1 и P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = xi + yj + xyzk, S : x^2 + y^2 = 9, P_1 : z = -5, P_2 : z = 5.$$

4. Является ли поле $\vec{F} = (yz - xy)\vec{i} + (xz - \frac{x^2}{2} + yz^2)\vec{j} + (xy + y^2z)\vec{k}$ потенциальным?$yz{-}xyi{+}xz{-}\frac{x^2}{2}{+}yz^2j{+}(xy{+}y^2z)k$ потенциальным?
Найти его потенциал и вычислить криволинейный интеграл второго рода по линии, соединяющей точки A(1;1;1) и B(2;-2;3).

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 4
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Эйлеровы интегралы: бета-функция и ее свойства. Два вида записи бета-функции. Вычисление интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos^m x\, dx$

2. Вычислить поток поля $\vec{a} = xy\vec{i} + y\vec{j} + xz\vec{k}$ через замкнутую поверхность S в направлении внешней нормали, $S : x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = z^2, z \geq 0.$

3. Вычислить модуль циркуляции векторного поля $\bar{a} = 4\bar{i} + 3x\bar{j} + 3xz\bar{k}$ вдоль контура $L : x^2 + y^2 = z^2, z = 3.$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной линиями $y = x^2, y = 4$, если плотность в каждой точке $\mu(x, y) = 2x + 5y + 10$.

«____»_________________20____ г.

БИЛЕТ № 5
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Интеграл Фурье. Теоремы о представимости функции интегралом Фурье. Примеры.

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$$1 \le \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \le 36; x \ge 0; y \ge \frac{2}{3}x.$$

4. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a = (3yz - x)i + (x^2 - y)j + (6z - 1)k, \quad S: \begin{cases} z^2 = 9(x^2 + y^2), \\ z = 3. \end{cases}$$

«____»_________________20____ г.

БИЛЕТ № 6
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Определение и свойства кратных интегралов: разбиения, интегральная сумма, интеграл Римана, свойства интегралов). Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} x; |x| < \pi \\ 0; |x| \ge \pi \end{cases}$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 9x, \; x^2 + y^2 = 12x, \; z = \sqrt{x^2 + y^2}, \; z = 0, \; y = 0 \; (y \ge 0).$$

4. Найти циркуляцию векторного поля $a = yzi + 2xzj + xyk$ вдоль контура

$$Г: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16 (z < 0). \end{cases}$$

(контур обходится по часовой стрелке, если смотреть из начала координат)

«____»_________________20____ г.

БИЛЕТ № 7
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1.Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по прямоугольнику (с доказательством).

2. Вычислить интеграл

$$\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\left(1+\frac{x}{16}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)^5};V:\frac{x}{16}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}=1, x=0, y=0, z=0.$$

3. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int\limits_0^{+\infty}\frac{x^2dx}{1+x^4}$

4. Найти поток вектора $\vec{a}=yz\vec{\imath}+xz\vec{\jmath}+xy\vec{k}$ через боковую поверхность пирамиды с вершиной в точке $S(0,0,2)$, основанием которой служит треугольник с вершинами $O(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$.(нормаль внешняя).

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 8

по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по элементарной области (с доказательством). Сведение тройного интеграла к повторному по элементарной области.

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов .$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^{10}x\, cos^4 x dx$

3. Является ли поле $\vec{a}=x^2y\vec{\imath}$-$2xy^2\vec{\jmath}+2xyz\vec{k}$ соленоидальным? Найти поток через замкнутую поверхность , ограниченную x^2+y^2= 1, z=1, z=4 в направлении внешней нормали к телу.

4. Вычислить интеграл $\iint_S z^2dxdy$, где S - внешняя сторона эллипсоида x^2+y^2+$2z^2=2$

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 9

по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение, свойства, теорема о вычислении с помощью определенного интеграла.

2. Найти $F'(\alpha)$, если $F(\alpha)=\int\limits_{\sin\alpha}^{\cos\alpha} e^{\alpha\sqrt{1-x^2}}dx$, , $0\le\alpha\le\frac{\pi}{2}$

3. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a=(yz-2x)i+(\sin x+y)j+(x-2z)k, S:\begin{cases} x+2y-3z=6,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$$

4. Найти работу силы $F=(x+y)^2 i-(x^2+y^2) j$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN, где $M(1,1), N(-1,-1)$.

БИЛЕТ № 10
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Криволинейные интегралы 1-го рода: формулы вычисления для случая плоской кривой (разные способы задания кривой), приложения. Примеры.

2. Вычислить интеграл $\iint_S \frac{dS}{(x^2+y^2+z^2)}$, где S - цилиндр $x^2+y^2=R^2$, ограниченный плоскостями $z=0$ и $z=H$.

3. Найти работу поля $\vec{a}=\frac{1}{y}\vec{i}+\frac{1}{z}\vec{j}+\frac{1}{x}\vec{k}$ вдоль прямолинейного отрезка, соединяющего точки $A(1,1,1)$ и $B(2,4,8)$.

4. Найти $\iint_S x^2\,dydz+2y^2dxdz-zdxdy$, S внешняя сторона поверхности,состоящей из параболоида $z=x^2+y^2$ и плоскости $z=1$.

БИЛЕТ № 11
по курсу «Дифференциальные и интегральные уравнения»

1. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение, свойства. Теорема о вычисление с помощью определенного интеграла и теорема о связи криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.

2. С помощью двойного интеграла вычислить в полярной системе координат площадь фигуры, ограниченной линией $(x^2+y^2)^2=2y^3$

3. Вычислить $\iint_S xzdydz+xydxdz+yzdxdy$, где S - внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте и составленной из сферы $x^2+y^2+z^2=4$ и плоскостей $x=0$, $y=0$, $z=0$.

4. Вычислить $\oint_L ydx-x^2\,dy$+(x+y)dz, если L - кривая $x=2cost, y=2sint, z=2(cost+sint)$.

Составитель____Л.А.Королева

Заведующий кафедрой ______________________________В.К.Артемьев

«____»___________________20____ г.

БИЛЕТ № 12

1. Потенциальные векторные поля. Потенциальность поля и эквивалентные утверждения о криволинейных интегралах 2-го рода.

2. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^5 t^4\sqrt{25-t^2}\,dt.$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{1 - y}, y = x, y = -x, z = 0$

4. Найти поток векторного поля $\vec{a} = x^2\vec{\imath} + 2y^2\vec{\jmath} - z\vec{k}$ через часть поверхности S: $z = x^2 + y^2$, отсекаемую плоскостью $z = 16$ (нормальный вектор образует острый угол с осью OZ).

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 13

1. Поверхностные интегралы 1-го рода. Определение, свойства и вычисление с помощью двойного интеграла.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$ и $y = 0$.

3. Вычислить $\iint_S x^2y^2z dxdy$, где S - верхняя сторона нижней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

4. Найти работу поля $\vec{a} = \vec{\imath}e^{y-z} + \vec{\jmath}e^{z-x} + \vec{k}e^{x-y}$ вдоль прямолинейного отрезка между точками $O(0;0;0)$ и $M(1;3;5)$.

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 14

1.Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства; вычисление с помощью двойного интеграла.

2. Найти объем тела, заданного неравенствами $4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9,\ -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z,\ 0 \le y \le \sqrt{3}x.$

3 Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):

$\vec{a} = x\,\vec{\imath} - 2y\vec{\jmath} + 3z\vec{k}, S$: z= x^2+y^2, z=2x

4. Вычислить производную интеграла по параметру $F'(x)$, если $F(x) = \int_{-x}^{x} e^{(x+t)^2}\ dt$

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 15

1. Формула Грина (с доказательством) и ее следствие (вычисление площади). Условие потенциальности плоских векторных полей.

2. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^{\pi/2} tg^{1/4} x dx.$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $2z = 15\sqrt{x^2 + y^2}$, z = $\frac{17}{2} - x^2 - y^2$.

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (3x - 2y - 2z)dS$, где S – часть плоскости

$2x - y - 2z = -2,$ отсекаемая координатными плоскостями.

БИЛЕТ № 16

1. Дивергенция. Формула Остроградского (с доказательством) и ее следствие.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 5, x \in [0,2] \\ 0, x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) \end{cases}$

3. Вычислить интеграл $\int_L yx^{-1/2} dl,$ где $L: y^2 = \dfrac{4x^3}{9}$ от точки $A(3; 2\sqrt{3})$ до $B\left(8; \dfrac{32\sqrt{2}}{3}\right)$

4. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)

$\vec{a} = (x^2 + xz)\vec{\imath} + (x^2 + yz)\vec{\jmath} + (-x^2 - 2xz)\vec{k},$ $S: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$

«____»_________________20____ г.

БИЛЕТ № 17

1. Ротор. Формула Стокса. Условие потенциальности векторных полей в пространстве.

2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \sqrt{4 - y}\, dxdy$, где граница области D задана уравнением

$$x^2 + y^2 = 4y$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2, z = 0, y = 1, y = 2x, y = 6 - x.$

4.Является ли поле $\vec{a} = (z + 2xy)\vec{\imath} + (x^2 - 2y)\vec{\jmath} + x\vec{k}$ соленоидальным? Потенциальным? Если поле потенциально, найти его потенциал.$2xy+zi+x^2-2yj+xk$ соленоидальным? Потенциальным? Если является потенциальным, то найти его потенциал.

«____»_________________20____ г.

БИЛЕТ № 18

1. Элементы теории поля: оператор ∇, правила действия с ним, запись известных операций над полями с помощью оператора ∇.

2. Вычислить интеграл $\iint_S \dfrac{dS}{(x^2 + y^2 + z^2)}$, где S - цилиндр $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 16}$, ограниченный плоскостями $\boldsymbol{z = 0}$ и $\boldsymbol{z = 8}$.

3. Найти работу поля $\vec{a} = xz\vec{\imath} + x\vec{\jmath} + y\vec{k}$ вдоль кривой L: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, z = 1.

4. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (2y^2 - z)\vec{k}$ через часть поверхности $S: z = x^2 + y^2$, отсекаемой плоскостью $z = 2$ (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 19

1. Формулы Грина в пространстве (два утверждения с доказательством).

2. Найти работу силы $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{\imath} + (x^2 - y^2)\vec{\jmath}$ при перемещении материальной точки вдоль линии $L: y = x$ при $0 \le x \le 1$ и $y = 2 - x$ при $1 \le x \le 2$ от точки A(2, 0) до точке B(0, 0).

3. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1 + x^2)\, dxdydz$ по области D, ограниченной поверхностями $y = 2x, y = 0, x = 1,$ $z = \sqrt{xy}$ и $z = 0$.

4. Найти поток векторного поля $\overrightarrow{a}$ через часть плоскости P, расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz). $\vec{a} = (\pi - 1)x\vec{\imath} + (\pi y + 3)\vec{\jmath} + \pi z\vec{k},\ P: 2x + \frac{y}{4} + z = 1.$

БИЛЕТ № 20

1. Преобразование Фурье (прямое и обратное) и их свойства. Примеры.

2. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^{\infty} \frac{t^2}{1+t^4}\, dt.$

3. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $(z-2)^2 = x^2 + y^2$, z=0, если плотность $\mu(x, y, z) = z$

4. Найти поток вектора $\vec{a} = \vec{\imath}yz + \vec{\jmath}xz + \vec{k}xy$ а) через боковую поверхность цилиндра $x^2 + y^2 = 1$ $(0 \le z \le 9)$, б) через полную поверхность этого цилиндра в направлении внешней нормали .

«____»__________________20____ г.

БИЛЕТ № 21

1. Односвязная область.Условие потенциальности плоских векторных полей.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 1 - |x|\,; |x| < 1 \\ \quad 0\,; |x| \ge 1 \end{cases}$

3. Вычислить $\iiint_V y\sqrt{x^2 + y^2}dxdydz$, где $V: z = 2\sqrt{x^2 + y^2}, z = 2, y \ge -x, y \ge x.$

4. Найти модуль циркуляции векторного поля $\vec{a} = -3z\vec{\imath} + \vec{\jmath} + 2y\vec{k}$ вдоль контура $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 0{,}25 \\ x - 3y + z = 1. \end{cases}$

БИЛЕТ № 22

1. Площадь поверхности: определение, вычисление с помощью двойного интеграла (для параметрического и явного задания поверхности).

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^5}$.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями $1 \le \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \le 4\,;\, y \ge 0\,;\, y \ge x$.

4. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$\vec{a} = (yz - x^2)\vec{i} + (x^2 - 2y)\vec{j} + (6z - 1)\vec{k}, S: \begin{cases} z^2 = 4(x^2 + y^2), \\ z = 3. \end{cases}$$

Составитель_______________________________________Л.А.Королева

Заведующий кафедрой ______________________________В.К.Артемьев

«____»___________________20____ г.

БИЛЕТ № 23

1. Интегральные операции над векторными полями. Поток поля, дивергенция, соленоидальные поля. Закон сохранения интенсивности векторной трубки. .

2. Найти массу окружности $x^2 + y^2 = ax$, если линейная плотность $\mu(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 2x^2 + y^2, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0$.

4. Вычислить модуль циркуляции векторного поля $\bar{a} = -3z\bar{i} + y^2\bar{j} + 2y\bar{k}$ вдоль контура

$L: x^2 + y^2 = 1,\ 2x - 3y - 2z = 2$.

Составитель_______________________________________Л.А.Королева

Заведующий кафедрой ______________________________В.К.Артемьев

«____»___________________20____ г.

БИЛЕТ № 24

1. Инвариантность определения дивергенции. Циркуляция. Инвариантность определения ротора.

2. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^9 t^4\sqrt{81 - t^2}\,dt$.

3. Вычислить с помощью формулы Стокса $\int_C (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz$, где C – эллипс $x^2 + y^2 = 1$, $x + z = 1$, пробегаемый против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси Оx.

4. Вычислить массу тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 2x, x + z = 2, z = 0\ (z \ge 0)$, если плотность $\mu(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$

БИЛЕТ № 25

1. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Формулы замены переменных при переходе к полярной, цилиндрической и сферической системам координат. Приложения кратных интегралов.

2. Найти площадь части поверхности $S: z = \frac{x^2 + y^2}{2}$, расположенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 1$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (x^2 + y^2) z dx dy,$ где $S: z = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$ (нормаль образует с осью oz тупой угол).

4. Вычислить работу силы $\vec{F} = (xy - y^2)\vec{\imath} + x\vec{\jmath}$ при перемещении материальной точки вдоль кривой $L: y = 2x^2$ от точки $A(0;0)$ до точки $B(1;2)$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Студент считается допущенным к сдаче зачёта при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На зачёте студенту предлагается ответить на один теоретических вопроса и решить три задачи из разных разделов курса. Дополнительные вопросы задаются как для уточнения знаний по вопросам билета, так и для выяснения общих представлений студента по всему курсу.

в) описание шкалы оценивания:

Критерии и шкала оценивания

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично 36-40	Студент должен: дать правильный ответ на теоретический вопрос и решить все задачи (если есть недочеты или не ответил на дополнительный вопрос, то ставится не максимальный балл) - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: дать ответ на теоретический вопрос и решить две задачи из трех, но есть неточности в теоретическом вопросе или при решении задачи - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: ответить на теоретический вопрос билета, но со значительным недочетом (не приведено доказательство или нечетко сформулирована теорема) и правильно решить хотя бы одну задачу. - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;

	- уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Направление подготовки	**04.03.01 Химия**
Образовательная программа	**«Аналитическая химия»**
Дисциплина	Дифференциальные и интегральные уравнения

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Их геометрическая интерпре- тация. [1], гл.1, §§1-2; [2], гл.1, §1; [3], гл.1, §1.
2. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к урав- нениям с разделяющимися переменными. [1], гл. 2, §1; [2], гл.1, §2; [3], гл.1, §§2- 3.
3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. [1], гл. 2, §1; [2], гл.1, §2; [3], гл.1, §§4-5.
4. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравне- ния первого порядка, разрешенного относительно производной. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые точки. Особые решения. [1], гл.2, §§2-3; [2], гл.2, §§5-8; [3], гл.1, §§6-8.
5. Уравнения порядка выше первого. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей про- изводной. Линейные уравнения. Общие свойства линейных уравнений. [1], гл.2, §4, гл.3, §§1-2; [2], гл. 2, §§5-7, гл.3, §§9-10; [3], гл.2, §§1-2.
6. Однородные линейные уравнения порядка n. Определитель Вронского. Фунда- ментальная система решений. Общее решение. Формула Остроградского- Лиувилля. [1], гл. 3, §3; [2], гл.3, §§9-10; [3], гл. 2, §§3-4.
7. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эй- лера. Общее решение однородного уравнения с постоянными коэффициентами. [1], гл.3, §5; [2], гл.3, §11; [3], гл. 2, §5.
8. Неоднородные линейные уравнения порядка n. Общее решение неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Функция Коши. [1], гл.3, §4; [2], гл.3, §§10-11; [3], гл.2, §6.
9. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Постановка краевых задач. Разрешимость неоднородных краевых задач. Функция Грина, её свойства. [1], гл.4, §§1-2; [2], гл.3, §§12-13; [4], гл.4, §§1-2.
10. Однородные краевые задачи. Собственные значения и собственные функции, их свойства. Решение уравнений при помощи рядов. [1], гл.4, §3, гл.3, §8; [2], гл.3, §13; [4], гл.4, §3.

11. Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Теорема о су- ществовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы. Линейные системы дифференциальных уравнений. Общие свойства линейных си- стем. [1], гл.2, §4, гл.3, §6; [2], гл.2, §§4-7, гл.3, §9; [3], гл.3, §§1-2.

12. Решение однородных линейных систем. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Решение однородных систем с постоянными коэффи- циентами. Неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных. Матрица Коши. [1], гл.3, §§6-7; [2], гл.3, §§9, 14; [3], гл.3, §§3-5.Понятие устойчивости (по Ляпунову). Асимптотическая устойчивость. Точки покоя. Простейшие типы точек покоя на плоскости. [1], гл.5, §§1, 4; [2], гл.4, §§18, 21; [4], гл. 5, §§1-2.

13. Исследование на устойчивость по первому приближению. Прямой (второй) метод Ляпунова. Теоремы Ляпунова и Четаева. [1], гл.5, §§2-3; [2], гл.4, §§19- 20; [4], гл.5, §§3-4.

14. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные уравнения. Характеристическая система. Общее решение линейного уравнения. Решение ква- зилинейных уравнений. [1], гл.8, §§1-2; [2], гл.5, §§25-26; [4], гл.6, §§1-3.

15. Решение задачи Коши для квазилинейных уравнений с частными производ- ными первого порядка. Разрывные решения. [1], гл.8, §2; [2], гл.5, §26; [4], гл.6, §4.

4.2. Наименование оценочного средства. Контрольная работа 1

а) типовые задания:

Тема: Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы.

Вариант 1. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^{+\infty} \frac{x^6 dx}{1+x^9}$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 2|x| + 1, \quad |x| \le 4$ и $f(x) = 0, |x| > 4$

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^4 dy \int\limits_{3\sqrt{y}/2}^{\sqrt{25-y^2}} f(x,y)dx$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = x^2 + 2, y = x, \ x = 2, x = 0 (x \ge 0)$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$z^2 = 4 - x, \ \ x^2 + y^2 = 4x, z = 0 (z \ge 0)$

(подсказка: находить в декартовой системе координат)

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$\iiint\limits_V y\sqrt{x^2+y^2}\, dxdydz$, $\partial V : z^2 = 4(x^2 + y^2), z = 2, y \ge x, y \ge -x, z \ge 0$.

. . . .

Вариант 2. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^1 x^3 \cdot \sqrt[3]{1-x^3}\, dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = -3x, 0 \le x \le 6$ и $f(x) = 0, x > 6,$ продолжив ее нечетным образом.

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{4-2x^2}^{4-x^2} f(x,y)dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D,ограниченной кривыми $x^2 + y^2 = 4x, y = 0\ (y \le 0)$ с плотностью $\mu(x, y) = 4 - x$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 8 - y^2,\ z = 0,\ x^2 + y^2 = 4 (z \ge 0)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам $\iiint\limits_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, $V: 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9,\ x \le 0, y \le x, z \le 0.$.

. . . .

Вариант 3. 1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int\limits_0^{+\infty} x^2 e^{-x^4} dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 1 - 4|x|,\ |x| \le 0{,}25$ и $f(x) = 0$, $|x| > 0{,}25$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^2 dy \int\limits_{y^2}^{y^2+2} f(x, y) dx$

4. Вычислить площадь фигуры $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \le 1, x \ge 0,\ 2y \le 3x$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y = 2x,\ x = 4,\ z = x^2,\ y \ge 0, z \ge 0$.

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_V \frac{y^2 z dx dy dz}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}$, $\partial V: z = 3(x^2 + y^2), y \ge 0,\ y \le \sqrt{3}\, x,\ z = 3$.

Вариант 4. 1.Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^2 x^{1/2} \cdot \sqrt{4 - x^2} dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 4 - |x|,\ |x| \le 4$ и $f(x) = 0, |x| > 4$

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^4 dx \int\limits_0^{\sqrt{25 - x^2}^2} f(x, y) dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $2y + x = -2, y + x = 1,\ x = 0$ с плотностью $\mu(x, y) = 4x^2$.

5. Вычислить объем тела $\partial V: x^2 + y^2 = 4,\ y + z = 2,\ z \ge 0$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам $\iiint\limits_V \frac{y^2 dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2}$, $V: 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9,\ x \ge 0, y \le \sqrt{3}x, z \le 0$.

. . . .

Вариант 5. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^{\pi/6} \sqrt[3]{(tg 3x)^2} dx$

2. Представить интегралом Фурье заданную на полуоси функцию $f(x) = x + 2$, $x \in [0,4]$ и $f(x) = 0$, $x > 4$, продолжив ее четным образом.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x,y)dx$

4. Вычислить площадь фигуры D, ограниченной кривыми $y^2 = 4x,\ x + y = 3,\ y \ge 0$

.5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y^2 = 4 - x$, $z = 3x$, , $z = 0 (z \ge 0)$.

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$$\iiint_V \frac{ze^{\sqrt{x^2+y^2}} dxdydz}{x^2 + y^2 + z^2}, \partial V: x^2 + y^2 + z^2 = 1, z^2 \ge x^2 + y^2, z \ge 0$$

. . . .

Вариант 6. 1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx$.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 1 - |x|,\ |x| \le 1$ и $f(x) = 0,\ |x| > 1$

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x} f(x,y)dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $y = x^2 + 1,\ x + y = 3$ с плотностью $\mu(x,y) = 4x + 5y + 2$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$x^2 + y^2 = 1,\ z^2 = 9(x^2 + y^2),\ z = 0 (x \ge 0, y \ge 0)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint_V (z^2 + 1) dxdydz$,

$V: x^2 + y^2 \le z^2,\ z \le 1$.

. . . .

Вариант 7. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^{+\infty} \frac{x^5}{(1 + x^2)^4} dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = x + 4,\ |x| \le 2$ и $f(x) = 0,\ |x| > 2$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^3 dx \int_{\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} f(x,y)dy$

4. Вычислить площадь фигуры $D: \frac{x^2}{9} + y^2 \le 1, y \ge -x, x \ge 0$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$x^2 + y^2 = 24,\ z = \sqrt{49 - x^2 - y^2},\ z = 3$.

6. .Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\sqrt{x^2+y^2}}$, граница $V: x^2+y^2=4y\le 9,\ y+z=4, z\ge 0$.

. . . .

Вариант 8. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^6 x^3\cdot\sqrt{6-x}\,dx$.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x)=5-|x|, |x|\le 5$ и $f(x)=0, |x|>5$

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dy\int\limits_{2y^2}^{3-y} f(x,y)dx$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $x+y=2,\ y=2x,\ x=0$ с плотность $\mu(x,y)=2-x-y$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z=\sqrt{y},\ y=2x, y=1, ,\ y=3(z\ge 0,\ x\ge 0)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_V \frac{zdxdydz}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$, $V: z\le 4-x^2-y^2,\ z\ge 0, y\le 2x,\ x\ge 0$.

. . . .

Вариант 9. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt[4]{tg3x}\,dx$.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x)=\begin{cases} x, & 1\le x\le 2, \\ 0, & x<1; x>2. \end{cases}$

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^2 dx\int\limits_{\frac{x^2}{4}}^{2\sqrt{x}} f(x,y)dy$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x=y^2,\ y^2=-x+4,\ y=-1\ (y\ge -1)$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z=6-x^2-y^2,\quad z=\sqrt{x^2+y^2}$.

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_V (z+4)dxdydz$, $\partial V: z=9(x^2+y^2),\ x^2+y^2=1,\ z=0$.

. . . .

Вариант 10. 1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int\limits_0^1 x^3\ \sqrt{\ln(1/x)}\,dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x)=4,\ 0\le x\le 2$ и $f(x)=0,\quad x>2$, продолжив её нечётным образом.

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{2y+1}^{4-y^2} f(x,y)dx$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D,ограниченной кривыми $y = x^2 - 1, y = 1$ с плотностью $\mu(x,y) = 3x^2 + 2y^2 + 1$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$z = \sqrt{x^2 + y}\ , z = 0, x = 0, y = 0, x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 8x\ (y \geq 0)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$\iiint\limits_{V} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\, dxdydz, V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 3, y \leq 2x, z \geq 0, y \leq -x$.

. . . .

Вариант 11. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_{0}^{\pi/4} \sqrt[3]{tg 2x}\, dx$.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} -1, & 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & x < 1; x > 6. \end{cases}$

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{2x^2}^{3-x} f(x,y)dy$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = x^2 + 4x,\ y = x + 4,\ y = 0\ (y \geq 0)$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{12 - x^2 - y^2}\ ,\ z = x^2 + y^2$.

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_{V} (z - 2) dxdydz$,

$\partial V: z = 6(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 3, z = 0$.

. . . .

Вариант 12. 1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int\limits_{0}^{1} \sqrt{(\ln(1/x))^3}\, dx$

2. Представить интегралом Фурье функци $f(x) = 4,\ 0 \leq x \leq 3$ и $f(x) = 0,\ \ x > 3$, продолжив её нечётным образом.

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{-2}^{4} dy \int\limits_{\frac{y^2}{2}}^{y+4} f(x,y)dx$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D,ограниченной кривыми $y = x^3, y = 3x\ (x \geq 0)$ с плотностью $\mu(x,y) = y(1 + x^2)$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$z = 4 - x^2 - y^2, z = 0, x = 0, y = x\ (y \leq x)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$\iiint\limits_{V} \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}\, dxdydz, V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, y \leq 0, z \geq 0, y \leq -x, z \leq \sqrt{3(x^2 + y^2)}$.

. . . .

Вариант 13. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^{+\infty}\frac{x^2dx}{1+x^8}$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x)=2x, |x|\le 3$ и $f(x)=0, |x|>3$

3. Изменить порядок интегрирования $\int_{-2}^{1}dy\int_{y^2}^{4}f(x,y)dx$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x=-4y^2,\ x=-5y^2,\ y\ge 0,\ x\le 0$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$z=y, x^2+y^2=18, z=0,, x=0, x=\sqrt{3y}$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$\iiint_V\left(y^2+x^2+z^2\right)dxdydz$ $\partial V: z^2=x^2+y^2, z=3$.

. . . .

Вариант 14. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^1 x^6\cdot\sqrt[4]{1-x^2}dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x)=-x, 0\le x\le 5$ и $f(x)=0, x>5$, продолжив ее четным образом.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^2 dx\int_{3x^2}^{12x}f(x,y)dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D,ограниченной кривыми

$x=0, y=0, y=\sqrt{25-x^2}\ (x\ge 0,\ y\ge 0)$ с плотностью $\mu(x,y)=\frac{1}{1+x^2+y^2}$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$z^2=2-x^2-y^2,\quad x^2+y^2=1\ (\ x^2+y^2\le 1)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам $\iiint_V\frac{ydxdydz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$,

$V: 1\le x^2+y^2+z^2\le 9, x\ge 0, y\le -x$.

. . . .

Вариант 15. 1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int_0^{+\infty}xe^{-x^4}dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x)=1-3|x|, |x|\le\frac{1}{3}$ и $f(x)=0$, $|x|>\frac{1}{3}$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_{-1}^{0}dy\int_{-2-y}^{2y+1}f(x,y)dx$

4. Вычислить площадь фигуры $D: \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}\le 1,\ \ y\ge\frac{4}{5}x, y\le -\frac{4}{5}x$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$y^2 = 1 - x^2$, $x + y + z = 4$, $y = 0, z = 0$.

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$\iiint\limits_V \frac{y dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $\partial V: x^2 + y^2 = 2x,\ x^2 + y^2 = 4x, x + z = 4, z \geq 0,\ y \geq 0$.

. . . .

Вариант 16. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^{10}}$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 2 - 3x, |x| \leq 2$ и $f(x) = 0, |x| > 2$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-x}^{\sqrt{1-(x-1)^2}} f(x, y) dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $x = 0,\ x^2 + y^2 = 1$ с плотностью $\mu(x, y) = \cos(x^2 + y^2)$.

5. Вычислить объем $\partial V: x = \sqrt{9 - y^2}, x = \sqrt{4 - y^2}, z = x, z = 0 (z \geq 0)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$\iiint\limits_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0, y \geq 0, y \geq x$

.

. . . .

Вариант 17. 1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int\limits_0^1 x^4 \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{1}{x}\right)} dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 2 - |x|, |x| \leq 2$ и $f(x) = 0, |x| > 2$

3. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{\sqrt{1-y^2}}^{y-1} f(x, y) dx$

4. Вычислить площадь фигуры D, ограниченной кривыми $y = 4/x$, $y = 9e^x$, $y = 4, y = 9$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$z = 2y,\ y = 1,\ y = \sqrt{9 - x^2},\quad z = 0 (y \geq 1)$.

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_V (z + 1) dx dy dz$,

$\partial V: z = 4\sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 = 16, z \geq 0$.

. . . .

Вариант 18. 1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int\limits_0^{+\infty} x^2 e^{-4x^2} dx$.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 5|x|,\ |x| \leq 1$ и $f(x) = 0, |x| > 1$

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{4-x}} f(x,y)dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $y = 3x^2, y = 3$ с плотностью $\mu(x,y) = y^2(x+1)$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями поверхностями

$x^2 + y^2 = 1,\ z = 4 - x^2 - y^2,\ z = 0$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint_V z dx dy dz$,

$V: x^2 + y^2 \le z^2, z \ge \sqrt{x^2 + y^2}$.

. . . .

Вариант 19. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^{+\infty} \frac{x^4}{(1+x^4)^2} dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 1 - x,\ |x| \le 3$ и $f(x) = 0,\ |x| > 3$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_{-x^2}^{x^2} f(x,y)dy$

4. Вычислить площадь фигуры D, ограниченной кривыми $xy = 8,\ x^2 = y,\ y = 8$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$x^2 + y^2 = 51,\ z = \sqrt{100 - x^2 - y^2},\ z = 6\ (x^2 + y^2 \le 51)$

6. .Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам $\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$,

$V: 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9,\ z \ge \sqrt{x^2 + y^2}, y \ge 0$.

. . . .

Вариант 20. 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^3 x^5 \cdot \sqrt{9 - x^2} dx$.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 4 + |x|,\ |x| \le 4$ и $f(x) = 0,\ |x| > 4$

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^{\frac{4}{5}} dy \int_{1+y}^{\frac{3-3y}{2}} f(x,y)dx$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми

$y = x^3,\ y = 8, y = 0,\ x = 3$ с плотностью $\mu(x,y) = x + y$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$y = 2x,\ y = -2x, y = 4,\ z^2 = 4 - y,\ z = 0 (z \ge 0)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint\limits_V \frac{zdxdydz}{\sqrt{8-x^2-y^2}}$, $V: z \le 8-x^2-y^2,\ z \ge 0,\ y \ge 0$.

. . . .

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 4 предложенных заданий одного из вариантов (получено не менее 18 баллов).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 1 оценивается в 30 баллов: задача 1 оценивается в 3 балла, задачи 2, 3, 4 оцениваются в 5 баллов, задачи 5,6 – в 6 баллов.

4.3. Наименование оценочного средства. Контрольная работа 2

а) типовые задания:

Тема: Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля.

Вариант 1. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L (x-y)dl$, где L - окружность $x^2+y^2=4y$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (y^2-x)ds$, где $S-$ часть конуса $x^2+y^2=z^2, z \ge 0$, отсекаемая цилиндром $x^2+y^2=1$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S (z+2)dxdy$, где S - внешняя сторона нижней половины сферы $x^2+y^2+z^2=16$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=x\vec{i}-3z\vec{j}+y\vec{k},\ L: x=\cos t,\ y=4\sin t,\ z=2\cos t-4\sin t+3$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=7x\vec{i}+z\vec{j}+(x-y+5z)\vec{k},\ S: z=x^2+y^2,\ z=x^2+2y^2; y=x,\ y=2x, x=3.$

6. Является ли векторное поле $\vec{a}=x^2\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через сферу единичного радиуса с центром в начале координат в направлении внешней нормали.

Вариант 2. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L x^2 dl$, где $L: x^2+y^2=4$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (x+y+z)ds$, где S - часть сферы $x^2+y^2+z^2=3$, отсекаемая координатными плоскостями ($x \ge 0, y \le 0, z \ge 0$).

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S (y^2+z^2)dxdy$, где S - часть поверхности $z=1+x^2+y^2$, отсекаемая плоскостью $z=5$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=(y-z)+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k},\ L: x=2\cos t,\ y=3\sin t,\ z=-3+4\cos t-3\sin t$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=3x\vec{i}-z\bar{j}, S: x^2+y^2=z^2,\ z=6-x^2-y^2, z\geq 0$

6. Является ли векторное поле $\bar{a}=(y+z)\bar{i}+(z+x)\bar{j}+(x+y)\bar{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию

поля вдоль окружности $x^2+z^2=1,\ y=0,$ пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть из точки $(0;1;0)$

Вариант 3. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L (y+x)\,dl$, где L-правый виток лемнискаты $r=\sqrt{7\cos 2\varphi}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (2x^2+2y^2-z)\,ds$, где $S-$ часть поверхности $z=4-x^2-y^2$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S x^2\,dydz+y^2dxdz+z^2dxdy$, где S - часть поверхности $x^2+y^2+z^2=25$, отсекаемая координатной плоскостью $z=0 (z\leq 0)$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=(x^2+y^2)\vec{i}+(x^2-y^2)\vec{j}$, L- контур треугольника с вершинами $A(0,0), B(1,2), C(0;3)$ при положительном направлении обхода контура.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=(6x-\cos y)\vec{i}+(e^x+y)\vec{j}+(e^{xy}+3z)\vec{k}, S: x^2+y^2=z^2,\ z=1, z=3$.

6. Является ли векторное поле $\bar{a}=\left(\frac{x^2}{2}-xy\right)\bar{i}+\left(\frac{y^2}{2}-yz\right)\bar{j}+\left(\frac{z^2}{2}-xz\right)\bar{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через сферу единичного радиуса с центром в начале координат в направлении внешней нормали.

Вариант 4. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L \frac{8x+y^2}{y}\,dl$, где $L: y=2\sqrt{x}$ от точки $A(3;2\sqrt{3})$ до точки $B(8;4\sqrt{2})$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S xyz\,ds$, где $S-$часть поверхности $y=x^2+z^2$, отсекаемая плоскостью $y=9$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S xdydz+ydxdz+zdxdy$, где S - часть внешней стороны сферы $x^2+y^2+z^2=1$, отсекаемой плоскостью $z=0 (z\geq 0)$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=y\vec{i}-x\vec{j}+z^2\vec{k}, L: z=3(x^2+y^2)+1,\ z=10$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=(x+\sqrt{z}+1)\vec{i}+(2x+y)\vec{j}+(z+\sin x)\vec{k}, S: z^2=x^2+y^2, z=1.$

6. Является ли векторное поле $\bar{a}=6xz\bar{i}+(3x^2-2y)\bar{j}+z\bar{k}$ потенциальным? Если поле потенциально, найти его потенциал.

Вариант 5. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$, где L - отрезок прямой от точки $A(1,1,1)$ до точки $B(2,2,2)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S z\,ds$, где $S-$ часть плоскости $z=4(x^2+y^2)$, отсекаемая плоскостью z=4.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S yz\,dydz - x^2 dxdz - y^2 dxdy$, где S - часть поверхности $y^2 = x^2 + z^2$, отсекаемая плоскостями $y=0, y=1$ (вектор нормали образует тупой угол с осью OY).
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = x^2\vec{i} + z\vec{j} + y\vec{k},\ L: x=\cos t,\ y = 3\sin t,\ z = 2\cos t - 3\sin t - 2$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = x\vec{i} + y^2\vec{j} + z\vec{k},\ S: x^2+y^2+z^2 = 25, z=0 (z\geq 0)$.

6. Найти $div\frac{\vec{r}}{r},\ rot\frac{\vec{r}}{r}$, где $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},\ r = |\vec{r}|$

Вариант 6. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L \sqrt{2y}\,dl$, где L - первая арка циклоиды $x = 10(t-\sin t), y = 10(1-\cos t)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (xz+yz)ds$, где $S-$ часть плоскости $z=\sqrt{x^2+y^2}$, отсекаемая цилиндром $x^2+y^2=2x$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S x^2 dydz + zdxdy$, где S - часть поверхности $x^2+y^2 = 9-z$, отсекаемая плоскостью $z=0$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить интеграл $\int\limits_L \frac{y}{x}dx + xdy$, где $L: y = \ln x$ от точки $A(1,0)$ до точки $B(e,1)$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 2x\vec{i} + z\vec{k},\ S: y = x^2, y = 4x^2, y=1; x\geq 0,\ z = y,\ z=0$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = x^2y\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + 2xyz\vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2+y^2=4, z=0, z=1$ в направлении внешней нормали.

Вариант 7. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L xy\,dl$, где $L = L_{ABCD}$ - контур прямоугольника с вершинами $A(2,0), B(4,0), C(4,3), D(2,3)$.

2. Вычислить массу полусферы $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$ с поверхностной плотностью $\mu = 2x^2+2y^2$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S 2xdydz + (1-z)dxdy$, где S - внешняя сторона цилиндра $x^2+y^2 = 16$, отсекаемая плоскостями $z=0$ и $z=2$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = (y-z)\vec{i} + (z-x)\vec{j} + (x-y)\vec{k},\ L: x = \cos t,\ y = \sin t,\ z = 2(1-\cos t)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = z\vec{i} + (3y-x)7y\vec{j} + z\vec{k},\ S: z = x^2 + y^2 + 2;\ x^2 + y^2 = 1;\ z = 0$.

6. Является ли векторное поле $\bar{a} = 3x^2\bar{i} + 4(x-y)\bar{j} + (x-z)\bar{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию поля вдоль окружности $x^2 + y^2 = 4,\ z = 0,$ пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси OZ.

Вариант 8. 1. Вычислить интеграл $\int_L arctg\frac{y}{x}dl$, где $L: r = 1 + \cos\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (9x + 2y + z)ds$, где $S-$ часть плоскости $x - y + z = -4$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (y-x)dydz + (z-y)dxdz + (x-z)dxdy$, где S - часть поверхности $x^2 = z^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $x = 5$ (нормаль образует острый угол с осью OX).

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_L (x^2 + y)dx + (x^2 - y)\,dy$, где L - кривая $y = |x|$ от точки $A(-1,1)$ до точки $B(3,3)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\,\vec{j} - xz\vec{k},\ S: x^2 + y^2 + z^2 = 16;\ x^2 + y^2 = 8, z \ge 0$.

6. Вычислить $div[\bar{a},\bar{r}]$, $rot[\bar{a},\bar{r}]$, где $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k},$ [redacted] $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j} + 4\bar{k}$.

Вариант 9. 1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}dl$, где $L: r = 2(1 + \cos\varphi), 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (x^2 + 2y^2)ds$, где S - часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2$, отсекаемая плоскостями $z = 0$ и $z = 4$ $(0 \le z \le 4)$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S x^2dydz + 2y^2dxdz - zdxdy$, где S - часть поверхности $4z = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 4$ (вектор нормали к S образует тупой угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = 2y\vec{i} - 3x\vec{j} + x\vec{k},\ L: x = 2\cos t,\ y = 2\sin t,\ z = -2\cos t - 2\sin t + 2$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (xz + z^2)\vec{i} + (yz + 2x)\vec{j} - z\vec{k},\ S: x^2 + y^2 + z^2 = 4;\ z = 0(z \ge 0)$.

6. Является ли векторное поле $\bar{a} = 2xyz\bar{i} - y(yz+1)\bar{j} + z\bar{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2 + y^2 = z^2,\ z = 0,\ z = 1$, в направлении внешней нормали.

Вариант 10. 1. Вычислить интеграл $\int_L \left(4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y}\right) dl$, где L - дуга астроиды $x = \cos^3 t,\ y = \sin^3 t$ между точками $A(1,0)$ и $B(0,1)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S z\,ds$, где $S -$ часть поверхности $z = 5 - x^2 - y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 1$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S xydydz + yzdxdz + xzdxdy$, где S - внешняя сторона части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 81$, отсекаемая координатными плоскостями и лежащая в 1 октанте, нормаль образует тупой угол с осью OZ.

4. Вычислить работу векторного поля $\vec{a} = x^3\vec{i} + 2xy^2\vec{j} - 3x^2z\vec{k}$ вдоль отрезка $\overline{AB}$, где $A(1,2,1), B(2,4,3)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = x\vec{i} + y^2\vec{j} - z\vec{k},\ S: z^2 = x^2 + y^2;\ z = 3, x = 0, y = 0\ (x \geq 0,\ y \geq 0)$

6. Является ли векторное поле $\bar{a} = z\bar{i} + x\bar{j} + y\bar{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию поля вдоль окружности $x^2 + y^2 + z^2 = 9,\ x = 0,$ пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси OX.

Вариант 11. 1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{(y^2 - x^2)xydl}{(x^2 + y^2)^2}$ где L - первый виток винтовой линии $r = 9\sin 2\varphi,\ 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S \left(x + y^2 - z\right)ds$, где $S -$ часть поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, отсекаемая $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S x^2\ dydz + z^2dxdy$, где S - часть поверхности конуса $x^2 + y^2 = z^2$, лежащая между плоскостями $z = 1,\ z = 9$, нормаль образует тупой угол с ортом $\bar{k}$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = -3z\vec{i} + y^2\vec{j} + 2y\vec{k},\ L: x = 2\cos t,\ y = 2\sin t,\ 2z = 3\cos t - 3\sin t - 1$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 2x\vec{i} + z\vec{k}, S: x + 2y + 3z = 6;\ x^2 + y^2 = 1;\ z = 0.$

6. Является ли векторное поле $\bar{a} = x^2\bar{i} + \bar{j} + 2z\bar{k}$ потенциальным? соленоидальным? Вычислить поток поля через сферу радиуса 2 с центром в начале координат в направлении внешней нормали.

Вариант 12. 1. Вычислить интеграл $\int_L \sqrt{x^2 + y^2}\,dl$, где $L -$ развертка окружности $x = 4(\cos t + t\sin t), y = 4(\sin t - t\cos t),\ 0 \leq t \leq 2\pi$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (x^2+y^2)ds$, где S - часть поверхности $z=\sqrt{x^2+y^2}$, отсекаемая плоскостью $z=3$, $y=0\ (y\ge 0)$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (y^2+z^2)x dydz$, где S - часть поверхности $x^2+y^2+z^2=4,\ x\ge 0$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OX).

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_L x^2 y dx + ye^{x+2}dy$, где L отрезок прямой от точки $A(1,1)$ до точки $B(4,6)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=x\vec{i}-2y\vec{j}+3z\vec{k},\ S: z=x^2+y^2;\ z=2x$

6. Является ли векторное поле $\vec{a}=(y+z)\vec{i}+(z+x)\vec{j}+(x+y)\vec{k}$ соленоидальным? потенциальным? Вычислить циркуляцию поля вдоль окружности $x^2+z^2=1,\ y=0,$ пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть из точки $(0;1;0)$

Вариант 13.

1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{1}{x-y}dl$, где L - отрезок прямой, соединяющий точки $A(4;\ 0)$ и $B(6;\ 1)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S z\,ds$, где $S-$ часть сферы $x^2+y^2+z^2=4$, отсекаемая плоскостями $z=0,\ z=1$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S xzdydz+x^2ydxdz+y^2zdxdy$, где S - часть параболоида $z=x^2+y^2$, отсекаемая плоскостью $z=5$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=-x^2y^3\vec{i}+2\vec{j}+z\vec{k}$, $L: x=\cos t, y=\sin t, z=4$

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=-x\vec{i}+2y\vec{j}+2yz\vec{k},\ S: x^2+y^2=z^2,\ z=9$.

6. . Является ли векторное поле $\vec{a}=\left(\frac{x^2}{2}-xy\right)\vec{i}+\left(\frac{y^2}{2}-yz\right)\vec{j}+\left(\frac{z^2}{2}-xz\right)\vec{k}$ потенциальным?соленоидальным? Вычислить поток поля через сферу единичного радиуса с центром в начале координат в направлении внешней нормали.

Вариант 14. 1. Вычислить интеграл $\int_L xy\,dl$, где $L: \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ от точки $A(3;\ 0)$ до точки $B(0;\ 2)$

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S xyz\,ds$, где $S-$часть поверхности $z=x^2+y^2$,
отсекаемая плоскостями $z=16$, $x=0,\ y=0$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S z^2 dxdy$, где S - верхняя сторона эллипсоида $x^2+y^2+2z^2=2$,отсекаемая плоскостью $z=0(z\ge 0)$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=y\vec{i}-2x\vec{j}+z^2\vec{k},\ L: z=4(x^2+y^2)+2,\ z=6$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=\left(y^2+xz\right)\vec{i}+\left(yx-z\right)\vec{j}+\left(yz+x\right)\vec{k},\ S: x^2+y^2=1, z=0, z=3$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a}=6xz\vec{i}+\left(3x^2-2y\right)\vec{j}+z\vec{k}$ потенциальным? Если поле потенциально, найти его потенциал. Найти циркуляцию векторного поля по контуру $L: y^2+z^2=3,\ x=-1$, контур обходится против часовой стрелки, если смотреть с положительной части оси OX.

Вариант 15. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L (x+2z)dl$, где L- дуги кривой $x=t,\ y=\frac{3}{2}t^2,\ z=t^3,\ 0\le t\le 1$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (5x+y-z)ds$, где $S-$ часть плоскости $x-2y+2z=2$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S x^2dydz+ydxdz+zdxdy$, где S - часть поверхности $z=1-(x^2+y^2)$, отсекаемая плоскостями $z=0,$ вектор нормали образует острый угол с осью OZ.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=(2y-3z)\vec{i}+(3x+2z)\vec{j}+(x+y+z)\vec{k},\ L: x^2+y^2=1,\ z=4-x-y$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=3x^2\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k},\ S: x^2+y^2+z^2=25, x=0(x\ge 0)$.

6. Найти $div(r\overline{r}),\ rot(r\overline{r})$, где $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k},\ r=\left|\vec{r}\right|$

Вариант 16. 1. Вычислить интеграл $\int\limits_L (x^2+y+z^2)dl$, где L- отрезок прямой от точки $A(0,1,2)$ до точки $B(-2,3,4)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (x+y+z)ds$, где $S-$ полусфера $x^2+y^2+z^2=4,\ z\ge 0$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S xdydz-ydxdz+zdxdy$, где S - часть поверхности $x^2+y^2=4-z$, отсекаемая плоскостью $z=0$(вектор нормали образует тупой угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=xy\vec{i}+xyz\vec{j}+x\vec{k},\ L: x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ z=1-3\cos t-3\sin t$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=(x+y)\vec{i}+z\vec{k},\ S: z=y^2;\ y=2x,\ y=4x, x=1, z=0$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = x^2y\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + 2xyz\vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2 + z^2 = 4,\ y = 0,\ y = 10,$ в направлении внешней нормали.

Вариант 17.

1. Вычислить интеграл $\int_L (xy)dl$, где L - дуга окружности $x^2 + y^2 = 9$ в первой четверти.

2. Вычислить массу полусферы $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ с поверхностной плотностью $\mu = \dfrac{z}{5}$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S 3xdydz - zdxdy \quad dy$, где S - внешняя сторона цилиндра $x^2 + y^2 \ =1$, отсекаемая плоскостями $z = 0$ и $z = 2$ и $y = 0\ (y \ge 0)$.

4. Вычислить работу векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура $L: \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1,\ x \ge 0,\ \vec{a} = (x^2 - y^2)\vec{i} + (x^2 + y^2)\vec{j},$ от точки $A(0, -2)$ до точки $B(0, 2)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = x\vec{i} + z\vec{j} - y\vec{k},\ S: z = 2(x^2 + y^2);\ z = 4 - 2(x^2 + y^2)$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = 3x^2\vec{i} + 4(x - y)\vec{j} + (x - z)\vec{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию

поля вдоль окружности $x^2 + y^2 = 4,\ z = 0,$ пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси OZ.

Вариант 18. 1. Вычислить интеграл $\int_L \dfrac{1}{x^2 + y^2} dl$, где $L: x = \cos t + t\sin t,\ y = \sin t - t\cos t,\ 0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S xyz\,ds$, где $S -$ часть параболоида $z = x^2 + y^2$, лежащая в 1 октанте, отсеченная плоскостью $z = 7$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (y^2 + z^2)dydz - z^2dxdy + 2y^2zdxdz$, где S - часть поверхности $z^2 = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 5$ (нормаль образует острый угол с осью OZ).

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_L \left(x + y\sqrt{x^2 + y^2}\right)dx + \left(y - x\sqrt{x^2 + y^2}\right)dy$, где L - кривая $x^2 + y^2 = 1,\ y \ge 0$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(-1, 0)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + zx\vec{k},\ S: x^2 + y^2 + z^2 = 2;\ y = 0\ (y \ge 0)$.

6. Вычислить $div[\vec{a}, \vec{r}]$, $rot[\vec{a}, \vec{r}]$, где $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},\ \vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Вариант 19.

1. Вычислить интеграл $\int_L y dl$, где $L: y^2 = 6x,$ отсеченная параболой $x^2 = 6y$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S \sqrt{x^2+y^2}\,ds$, где S - часть поверхности $x^2+y^2=z^2$, отсекаемая плоскостями $z=0$ и $z=1$ $(0\le z\le 1)$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S x^2dydz - z^2dxdz - 2zxdxdy$, где S - часть поверхности $z=x^2+y^2$, отсекаемая плоскостью $z=3$ (вектор нормали к S образует тупой угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a}=x\vec{i}-z^2\vec{j}+y\vec{k},\ L: x=2\cos t,\ y=3\sin t,\ z=4\cos t-3\sin t-3$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=\left(xy+x^2\right)\vec{i}+\left(yz+y^2\right)\vec{j}+\left(z^2+zx\right)\vec{k},\ S: x^2+y^2+z^2=4;\ z^2=x^2+y^2 (z\ge 0)$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a}=2xyz\vec{i}-y(yx+1)\vec{j}+z\vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2+y^2=z^2,\ z=0,\ z=1$, в направлении внешней нормали.

Вариант 20.

1. Вычислить интеграл $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где L - окружность $x^2+y^2=2y$

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S \frac{1}{(1+x+y)^2}\,ds$, где $S-$ часть плоскости $x+y+z=1,\ x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0$ (в первом октанте)

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$, где S - часть поверхности $x^2+y^2=z^2$, отсекаемая плоскостями $z=0$ и $z=10$, нормаль образует тупой угол с осью OZ.

4. Вычислить работу векторного поля $\vec{a}=2xy\vec{i}+x^2\vec{j}+xy\vec{k}$ вдоль отрезка $\overline{AB}$, где $A(1,0,2), B(2,3,4)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a}=y\vec{i}+2yz\vec{j}+2z^2\vec{k},\ S: z=x^2+y^2;\ z=3$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a}=z\vec{i}+x\vec{j}+y\vec{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию поля вдоль окружности $x^2+y^2+z^2=1,\ y=0$, пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси OY.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа 2 считается выполненной, если правильно решены 3 задачи (получено 17 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 2 оценивается в 30 баллов: задачи 3 и 5 оцениваются по 6 баллов, задачи 1 и 4 оцениваются в 4 балла, а задачи 2 и 6 –5 баллов.

Контрольные работы по дисциплине выполняются в течение одной пары.

Критерии и шкала оценивания контрольных работ по дисциплине *Векторный и тензорный анализ*

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 26 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 22 до 25 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 17 до 21 балла	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 16 баллов	Сумма баллов решенных задач

1.4. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки

Выполнение текущих домашних заданий и индивидуального домашнего задания (ИДЗ) [6] по всем темам курса.

1 Вопросы для самоконтроля

1. Понятие дифференциального уравнения, понятие решения дифференциального уравнения, задача интегрирования дифференциального уравнения.
2. Уравнения первого порядка, их классификация.
3. Постановка задачи Коши для уравнения первого порядка, условия ее однознач- ной разрешимости.
4. Уравнения порядка выше первого, допускающие понижение порядка, их клас- сификация.
5. Линейные уравнения порядка выше первого, структура общего решения линей- ного уравнения, фундаментальная система решений.
6. Нормальные системы дифференциальных уравнений, условия однозначной разрешимости задачи Коши для нормальной системы.
7. Линейные системы, структура общего решения линейной системы, фундамен- тальная система решений.
8. Постановка краевых задач для линейных уравнений второго порядка.
9. Неоднородные краевые задачи, функция Грина.
10. Однородные краевые задачи, собственные значения и собственные функции, их свойства.
11. Понятие устойчивости (по Ляпунову) решения, точки покоя, простейшие типы точек покоя на плоскости.
12. Исследование точек покоя на устойчивость по первому приближению.
13. Линейные уравнения с частными производными, характеристики, общее ре- шение линейного уравнения.
14. Квазилинейные уравнения с частными производными, характеристики, мно- жество решений квазилинейного уравнения.
15. Постановка задачи Коши для квазилинейного уравнения, ее особенности. Задания для самопроверки из [6].

1.5. Краткий терминологический словарь

Автономная система, асимптотическая устойчивость, дифференциальное уравне- ние, задача Коши, интеграл дифференциального уравнения, интегральная линия, квазилинейное уравнение, краевая задача, линейное уравнение, матрица Коши, метод вариации произвольных постоянных, неоднородное линейное уравнение, неустойчивый узел, неустойчивый фокус, нормальная система, общее решение, общий интеграл, однородное уравнение, однородное линейное уравнение, особая точка, особое решение, первый интеграл, подстановка Эйлера, порядок диффе- ренциального уравнения, решение дифференциального уравнения, седло, система дифференциальных уравнений, собственная функция, собственное значение, точ- ка покоя, уравнение в полных дифференциалах, уравнение с разделяющимися пе- ременными, уравнение с частными производными, устойчивое решение, устойчи- вый узел, устойчивый фокус, фазовая траектория, фазовый портрет, фундамен- тальная система решений, функция Грина, функция Коши, характеристика, ха- рактеристическая система, характеристическое уравнение, центр, частное реше- ние.